1970

Verlag Schnelle, Eberhard und Wolfgang Schnelle GmbH, Quickborn

*Druck und Einband: Maurischat & Bevensee, Quickborn
Printed in Germany*

GRUNDLAGENSTUDIEN
AUS
KYBERNETIK
UND GEISTESWISSENSCHAFT

Band 11
Heft 4

Dezember
1970

KURZTITEL
GrKG 11/4

INHALT

VERLAG SCHNELLE QUICKBORN

Neuerdings vollzieht sich eine immer stärker werdende Annäherung zwischen Natur- und Geisteswissenschaft als Auswirkung methodologischer Bestrebungen, für die sich das Wort Kybernetik eingebürgert hat. Die Einführung statistischer und speziell informationstheoretischer Begriffe in die Ästhetik, die invariantentheoretische Behandlung des Gestaltbegriffs und die Tendenzen, zwischen der Informationsverarbeitung in Maschine und Nervensystem Isomorphismen nachzuweisen, sind nur drei Symptome dafür.

Die Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft sollen der raschen Publikation neuer Resultate dienen, welche diese Entwicklung zu fördern geeignet sind. Veröffentlicht werden vor allem grundlegende Ergebnisse, sowohl mathematischer, psychologischer, physiologischer und in Einzelfällen physikalischer als auch philosophischer und geisteswissenschaftlicher Art. Nur in Ausnahmefällen werden dagegen Beiträge über komplexere Fragen der Nachrichtentechnik, über Schaltungen von sehr spezieller Bedeutung, über Kunst und literaturgeschichtliche Probleme etc. angenommen. In geringer Zahl werden Buchbesprechungen veröffentlicht.

Erscheinungsweise: Viermal im Jahr mit je 32 bis 48 Seiten.
Beiheft: Im Jahr erscheint für Abonnenten ein Beiheft.
Preis: DM 4,80 je Heft und Beiheft.
Im Abonnement Zustellung und Jahreseinbanddeckel kostenlos. Bezug durch Buchhandel oder Verlag.
Manuskriptsendungen: an Schriftleitung gemäß unserer Richtlinien auf der dritten Umschlagseite.

Schriftleiter

Prof. Dr. Helmar Frank
Institut für Kybernetik
1 Berlin 46, Malteserstr. 74/100

Geschäftsführende Schriftleiterin

Brigitte Frank-Böhringer
1 Berlin 46
Calandrellistr. 59b

Les sciences naturelles et les sciences humaines se rapprochent de plus en plus; ce rapprochement est une conséquence des tendances métodologiques appelées cybernetique. L'introduction en esthétique de termes statistiques et surtout de termes de la théorie de l'information, le fait de considérer mathématiquement la notion de Gestalt comme une invariante, et les tendances à chercher des isomorphismes entre la transformation de l'information par les machines et par le système nerveux sont seulement trois exemples du dit rapprochement.

Les «Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft» ont pour but de publier rapidement des résultats nouveaux capables de contribuer à ce dévéloppement. Surtout des résultats fondamentaux (soit de caractère mathématique, psychologique, physiologique et quelquefois physique — soit de caractère philosophique ou appartenant aux sciences humaines) sont publiés. Par contre des travaux concernant soit des questions assez complexes de la théorie de communication et télécommunication, soit des reseaux éléctriques ayant des buts trop spéciaux, soit des problèmes de l'histoire de l'art et de la litérature etc. ne sont acceptés qu'exceptionnellement aussi que les comptes rendus de nouveaux livres.

Il paraissent 4 numéros de 32 à 48 pages par an et un numéro spécial, pour les abonnés. Prix: DM 4.80 le numéro (et le numéro spezial) L'envoi et la couverture du tome complèt (à la fin de chaque année) est gratis pour les abonnés.
Les G KG sont vendus en librairie ou envoyés par les Editeurs Schnelle
Les manuscrits doivent être envoyés au rédacteur en chef. Quant à la forme voir les remarques à la page 3 de cette couverture.

Rédacteur en chef

Prof. Dr. Helmar Frank
Institut für Kybernetik
1 Berlin 46, Malteserstr. 74/100

Rédacteur gérant

Brigitte Frank-Böhringer
1 Berlin 46
Calandrellistr. 59b

Natural and cultural sciences are in train to come together closer and closer as a consequence of methodologica- tendencies called cybernetics. The introduction of terms of statistics and specially of information theory into the terminology of esthetics, the interpretation of 'Gestalten' as mathematical invariants, and the search for isomorphisms by comparing information handling in computers and the brain are only three symptoms of the process mentioned above.

The Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft would like to cultivate this tendencies by rapid publication of new results related to cybernetics, especially results of basic interest, no matter whether belonging to the field of mathematics, psychology, physiology and sometimes even of physics, or rather to the fields of philosophy and cultural sciences. But papers which concern complex technical problems of transmission and processing of information, or electrical networks with very limited purpose, or the history of art and literature, are accepted only exceptionally. There will also be few recensions of books.

G KG are published in 4 numbers each year, with 32–48 pages per number. A special number is edited each year for the subscribers.
Price: DM 4.80 per number (and spezical number) Mailing and cover of the volume (to be delivered together with the last number each year) is free for subscribers. The G KG may be received by booksellers or directly by the publisher.

Papers should be sent to the editors. For the form of manuscript see page 3 of this cover.

Editor

Prof. Dr. Helmar Frank
Institut für Kybernetik
1 Berlin 46, Malteserstr. 74/100

Managing Editor

Brigitte Frank-Böhringer
1 Berlin 46
Calandrellistr. 59b

ZUR ENTSPRECHUNG VON TEXTCHARAKTERISTIKENWERTEN UND VERBALEN FORMBESCHREIBUNGEN AM BEISPIEL VON CHATEAUBRIANDS 'ATALA

von Klaus Sasse und Joachim Thiele, Tornesch/Hamburg

Die von Wilhelm Fucks Anfang der 50er Jahre angegebenen Verfahren zur mathematischen Sprachanalyse sind in letzter Zeit insbesondere durch Arbeiten zur statistischen Analyse syntaktischer Eigentümlichkeiten der Werke einzelner Autoren ergänzt worden (vgl. Weiß 1967).

Die Hoffnung, in statistischen Textcharakteristiken verläßliche Kriterien für die Entscheidung von Zuschreibungsfragen zu erhalten, hat sich leider nicht ganz erfüllt (vgl. Arens, 1965, S. 67). Als Mittel zur Feststellung von Homogenität bzw. Inhomogenität von Texten im Formalbereich und zur Bestimmung des formalen Schwierigkeitsgrades haben die Textcharakteristikenverfahren sich jedoch gut bewährt und sind seit langem bei der Bestimmung von Readability-Maßen gebräuchlich (vgl. Teigeler, 1969).

Eine Anregung, Entsprechungen zwischen den statistischen Charakteristikenwerten und inhaltlichen (verbalen) Charakterisierungen zu untersuchen (Thiele, 1968, S. 72) ist offenbar bisher nicht aufgegriffen worden.

Im folgenden sind Textcharakteristiken und verbale Beschreibungen der Form von 26 nach dem Gesichtspunkt inhaltlicher Geschlossenheit (subjektiv) ausgewählten Abschnitten eines klassischen französischen Texts zusammengestellt.

Gemäß den Abweichungen der Größen $\bar{i}$ (mittlere Silbenzahl pro Wort) und $\bar{r}$ (mittlere Länge der Ketten aus gleichsilbigen Wörtern) der einzelnen Abschnitte von den Mittelwerten der Gesamtheit der 26 Abschnitte ergeben sich drei Gruppen von Textstücken:

A: der Betrag der Abweichung in i und r vom Mittelwert ist $\leq$ 0.08
B: der Wert von i liegt mehr als 0,09 über, der Wert von r mehr als 0,09 unter dem Mittelwert
C: der Wert von i liegt mehr als 0,09 unter, der Wert von r mehr als 0,09 über dem Mittelwert.

Die Bestimmung von i wurde nach folgenden Regeln vorgenommen:

1. Als ein Wort gelten
   a) jedes Wort, das durch Zwischenraum vom folgenden getrennt ist

Chateaubriand, Atala (1801)

Abschnitt Nr.	Seite, Zeile in [1]	N	$\bar{j}$	$\bar{i}$	$\bar{r}$	Typ	Inhalt
1	29,1 - 30,8	99	33,0	1,71	1,50	A	geographische Details
2	35,4 - 35,17	115	23,0	1,75	1,39	B	Tiere im Urwald
3	37,5 - 39,1	231	23,1	1,80	1,42	B	Chactas' Lebenslauf
4	45,5 - 46,17	224	14,9	1,63	1,49	A	Chactas' Abschied von Lopez
5	54,14 - 56,9	225	6,6	1,65	1,56	A	vergebliche Überredung zur Flucht
6	63,7 - 64,4	238	21,6	1,55	1,65	C	Atalas Versuchung
7	70,16 - 71,18	161	23,0	1,78	1,40	B	Indianerspiele und - mythologie
8	72,22 - 73,13	131	14,5	1,64	1,52	A	Martervorbereitungen
9	75,22 - 76,14	210	15,0	1,70	1,48	A	Atala löst Chactas' Fesseln
10	76,15 - 77,10	234	16,7	1,60	1,51	A	Chactas' Dank
11	79,7 - 80,9	198	33,0	1,70	1,51	A	Savannenbild
12	82,22 - 84,2	174	24,8	1,76	1,23	B	Flucht der Liebenden
13	84,7 - 85,22	161	11,5	1,56	1,65	C	Atalas Lied
14	88,10 - 89,4	91	18,2	1,74	1,38	B	Sumpflandschaft
15	92,3 - 92,19	155	17,2	1,63	1,53	A	Atalas Abstammung
16	98,1 - 98,17	147	21,0	1,59	1,56	A	Porträt des Eremiten
17	106,11 - 107,16	229	28,6	1,58	1,59	A	Indianerfriedhof
18	110,8 - 111,21	243	27,0	1,70	1,48	A	Leben der Indianer
19	112,13 - 113,15	187	20,8	1,66	1,50	A	Erfolge der Indianermission
20	118,1 - 118,20	194	24,2	1,49	1,83	C	Atala erzählt ihr Leben
21	120,1 - 120,17	148	16,4	1,51	1,76	C	Vorwürfe des Eremiten
22	124,18 - 125,21	205	11,4	1,65	1,52	A	Atala vergiftet sich
23	135,6 - 136,13	284	23,6	1,66	1,55	A	Atalas Trost
24	151,1 - 151,12	106	35,3	1,78	1,29	B	die Lehren der Geschichte
25	153,1 - 154,6	236	19,7	1,53	1,69	C	Totenklage einer Indianermutter
26	164,1 - 164,20	184	23,0	1,56	1,67	C	Chactas gräbt Atalas Gebeine aus
		4810+)					
	Mittelwerte:		21,0	1,65	1,53		

+) 24 % des gesamten Texts

$\bar{j}$ mittlere Satzlänge in Wörtern

N Textlänge (Wörter)

Chateaubriand, Atala

Abschnitt Nr.	Seite, Zeile in [1]	Abweichung vom Mittelwert Δi · 100	Δr · 100	Typ	
3	37,5 - 39,1	+15	-13	B	resümierender Bericht
24	151,1 - 151,12	+13	-26	B	moralisierende Reflexion
7	70,16 - 71,18	+13	-15	B	detailreiche Sittenschilderung
12	82,22 - 84,2	+11	-22	B	detailreiche Weg- und Landschaftsbeschreibung
2	35,4 - 35,17	+10	-16	B	detailreiche Naturbeschreibung
14	88,10 - 89,4	+ 9	-17	B	detailreiche Naturbeschreibung
1	29,1 - 30,8	+ 6	- 5	A	sachliche Lagebeschreibung
9	75,22 - 76,14	+ 5	- 7	A	Handlungsschilderung
18	110,8 - 111,21	+ 5	- 7	A	Tableau-Beschreibung
11	79,7 - 80,9	+ 5	- 4	A	pittoreske Naturbeschreibung
19	112,13 - 113,15	+ 1	- 5	A	Rechenschaftsbericht (dir. Rede)
23	135,6 - 136,13	+ 1	0	A	pathetische Stimmungsschilderung
22	124,18 - 125,21	0	- 3	A	dramatische Handlungsschilderung (Dialog)
5	54,14 - 56,9	0	+ 1	A	dramatische Handlungsschilderung (Dialog)
8	72,22 - 73,13	- 1	- 3	A	zügige Handlungsschilderung
15	92,3 - 92,19	- 2	- 2	A	dramatische Handlungsschilderung (Dialog)
4	45,5 - 46,17	- 2	- 6	A	dramatische Handlungsschilderung
10	76,15 - 77,10	- 5	- 4	A	dramatische Handlungsschilderung (Dialog)
16	98,1 - 98,17	- 6	+ 1	A	Personenbeschreibung
17	106,11 - 107,16	- 7	+ 4	A	elegische Naturbeschreibung
13	84,7 - 85,22	- 9	+ 10	C	elegisches Prosagedicht
26	164,1 - 164,20	- 9	+12	C	pathetische Handlungsschilderung (direkte Rede)
6	63,7 - 64,4	-10	+10	C	pathetische Handlungsschilderung (direkte Rede)
25	153,1 - 154,6	-12	+14	C	elegische Handlungsschilderung (direkte Rede)
21	120,1 - 120,17	-14	+21	C	pathetische Mahnworte (direkte Rede)
20	118,1 - 118,20	-16	+28	C	pathetische Mahnworte (direkte Rede)

b) durch Bindestrich oder Apostroph zusammengezogene Wortgruppen.

2. Die Silbenzählung richtet sich nach der traditionellen französischen Metrik. Silben fallen nur dann aus, wenn

a) der Laut [ə] nach Vokal oder vor vokalischem Anlaut ohne Trennung durch ein Satzzeichen steht, und daher elidiert wird

b) die Laute [i, y, u] unmittelbar vor einem Vokal stehen, wo sie, wenn immer die gegebenenfalls vorangehenden Konsonantengruppen es erlauben, ohne Rücksicht auf das Etymon als Halbkonsonanten [j, ɥ, w] gewertet werden (Ausnahme: exotische Namen).

Schrifttumsverzeichnis

Chateaubriand, François René — Atala... Paris 1962 (Ed. Garnier) [1]

Arens, Hans — Verborgene Ordnung. Die Beziehungen zwischen Satzlänge und Wortlänge in deutscher Erzählprosa vom Barock bis heute. Düsseldorf 1965

Fucks, Wilhelm — Mathematische Analyse des literarischen Stils Studium Generale Jg. 6, 1953, S. 506-523

Fucks, Wilhelm — Mathematische Analyse von Sprachelementen, Sprachstil und Sprachen. Köln 1955 (Veröffentlichungen der Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen H. 34 a)

Teigeler, Peter — Verständlichkeit und Wirksamkeit von Sprache und Text. Stuttgart 1969

Thiele, Joachim — Textcharakteristiken lateinischer historischer Berichte, Rhetoriken und Dramen. GrKG 9/3, 1968, S. 65-73

Weiß, Horst — Statistische Untersuchungen über Satzlänge und Satzgliederung als autorspezifische Stilmerkmale. Ein Beitrag zur mathematischen Analyse der Formalstruktur von Texten. Diss. Aachen 1967

Eingegangen am 10. Juni 1970

Anschrift der Verfasser:

Dr. Klaus Sasse, 2 Hamburg 13, von Melle-Park 6, VI

Dr. Dr. Joachim Thiele, 2082 Tornesch, Steinberg 30

SIGNALFLUSSGRAPHEN ZUR ANALYSE STOCHASTISCHER DISKRETER SYSTEME

von J. Niedereichholz, Karlsruhe

Einleitung

Die Einführung der Signalflußgraphen in die Nachrichten- und Regelungstechnik durch Mason (1953, 1956) und ihre Weiterentwicklung durch Coates (1959), Desoer (1960) u.a. hat eine vielfältig verwendbare graphische Methode zur Untersuchung linearer Systeme bereitgestellt, die zur Analyse wirtschaftlicher Systeme wirkungsvoll eingesetzt werden kann; auch stochastische Systeme können hiermit bearbeitet werden. So zeigte Sittler (1956), daß diskrete Markov-Prozesse im wesentlichen Abtastsysteme darstellen und auch wie diese mittels Flußgraphen behandelt werden können; Huggins (1957) erweiterte dies auf kontinuierliche Markov-Prozesse. Happ (1961) führte die Flußgraphentechnik bei der Lösung von Problemen der Zuverlässigkeitstheorie ein.

Die vorliegende Arbeit will einen Überblick über die Anwendungsmöglichkeiten der Signalflußgraphentechnik auf stochastische diskrete Systeme in der Unternehmensforschung geben. Zur Einführung sollen deshalb kurz die Grundlagen der Flußgraphentechnik behandelt. Ein Folgeartikel wird sich mit der Analyse stochastischer kontinuierlicher Systeme mittels Signalflußgraphen beschäftigen.

1. Grundlagen der Flußgraphentechnik

1.1 Definitionen

Die Grundlagen der Flußgraphentheorie bilden die bekannten Kirchhoffschen Gesetze. Ihre jetzige Fassung als nützliche Methodik für Nachrichtentechniker und Systemanalytiker geht auf die Arbeiten von Mason (1953, 1956, 1957) Mitte der fünfziger Jahre zurück. Tustin (1953) wendete sie als einer der ersten als Methodik der Modellbehandlung in den Wirtschaftswissenschaften an.

Die folgende Übersicht erläutert die wichtigsten Definitionen der Flußgraphentheorie anhand der Bilder 1 a bis 1 f:

Quelle, Quell-, Start-, Input-, Eingangsknoten (source node, input node):
Ein Knoten, in den keine Zweige einmünden, z.B. Knoten x_1 in Bild 1 a.
Senke, Senken-, End-, Output-, Ausgangsknoten (sink node, output node):
Ein Knoten, den kein Zweig verläßt, z.B. Knoten x_2 in Bild 1 a.
Übertragungsfunktion, Übertragungsfaktor, Gewichtsfunktion, Gewicht (Transfer function, transmittance, gain):
Die funktionale Beziehung, nach der ein Variablenwert entlang eines Zweiges verarbeitet wird.
Zwischenknoten (intermediate node):

Ein Knoten, in den Zweige einmünden und den Zweige verlassen, z. B. Knoten x_3 in Bild 1 b.

W e g , Pfad (path):
Eine Folge zusammenhängender Zweige, die den gleichen Richtungssinn aufweisen.

O f f e n e r W e g , Kaskadeweg (open path):
Ein Weg, durch den ein Knoten nur einmal berührt wird, z. B. der Weg (1, G) in Bild 1 f.

V o r w ä r t s w e g (forward path):
Ein offener Weg zwischen einer Quelle und einer Senke, z. B. der Weg (1, G, 1) in Bild 1 f.

R ü c k k o p p l u n g s w e g (feedback path, feedback loop, closed loop):
Ein Weg, der zu seinem Ausgangsknoten zurückkehrt und außer diesem Knoten keinen anderen zweimal berührt, z. B. der Weg (G, -H) in Bild 1 f.

R ü c k k o p p l u n g s s c h l e i f e , Schleife (self loop):
Ein Rückkopplungsweg, der nur aus einem einzigen Zweig besteht, z. B. die Schleife (a) in Bild 1 e.

S c h l e i f e n f a k t o r (loop gain):
Das Produkt der Übertragungsfaktoren der Zweige eines Rückkopplungsweges, z. B. das Produkt (-G • H) in Bild 1 f.

Die Definition der Übertragungsfunktion anhand von Bild 1 a lautet:

$$t_{12} = \frac{x_2}{x_1} \qquad (1.1)$$

Allgemein ist sie als Verhältnis der Ausgangsvariablen zur Eingangsvariablen definiert. Aus (1.1) folgt

$$x_2 = t_{12} \cdot x_1$$

aber aus Kausalitätsgründen nicht ohne weiteres die Umkehrung $x_1 = \frac{1}{t_{12}} x_2$

1.2 Regeln zur Behandlung von Flußgraphen

Bei der Flußgraphendarstellung eines Systems werden im allgemeinen die Knoten zuerst gezeichnet und dann durch die Zweige verbunden. Folgende Regeln gilt es hierbei zu beachten:

a) Informationen fließen in Richtung der Pfeile durch die Zweige.
b) Eine Information wird in einem Zweig gemäß der Übertragungsfunktion verarbeitet.
c) Der Wert einer Variablen in einem Knoten setzt sich aus der Summe aller in den Knoten fließenden Variablenwerte zusammen.

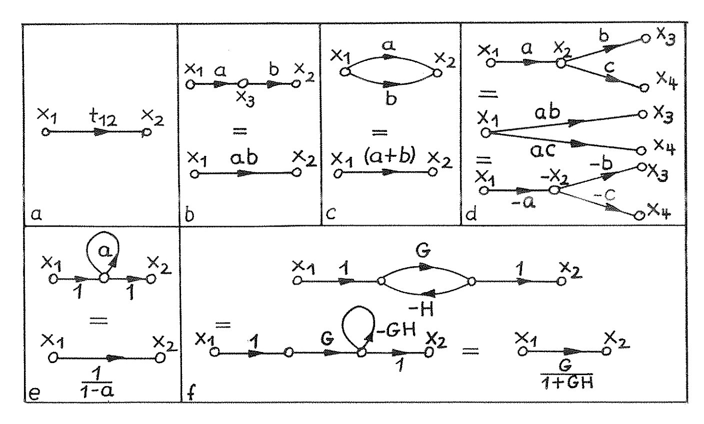


Bild 1 a – Bild 1 f

d) Der Wert einer Variablen in einem Knoten wird in jeden den Knoten verlassenden Zweig weitergegeben.
e) In den Start-Knoten läuft kein Zweig ein, den End-Knoten verläßt kein Zweig.

Für lineare Systeme gelten die folgenden grundlegenden Beziehungen:

a) Bei seriell geschalteten Zweigen multiplizieren sich die Übertragungsfunktionen zur Gesamtübertragungsfunktion nach Bild 1 b.
b) Bei parallel geschalteten Zweigen addieren sich die Übertragungsfunktionen nach Bild 1 c.
c) Eine weitere grundlegende Transformationsbeziehung ist in Bild 1 d dargestellt.
d) Eine Rückkopplungsschleife wird wie in Bild 1 e dargestellt reduziert.
e) Die Reduktion eines Rückkopplungsweges wird gemäß Bild 1 f durchgeführt.

Mit den Regeln 1.2 a) - 1.2 e) kann jeder Flußgraph schrittweise reduziert werden, was für ein einfaches Beispiel folgendermaßen durchgeführt wird:

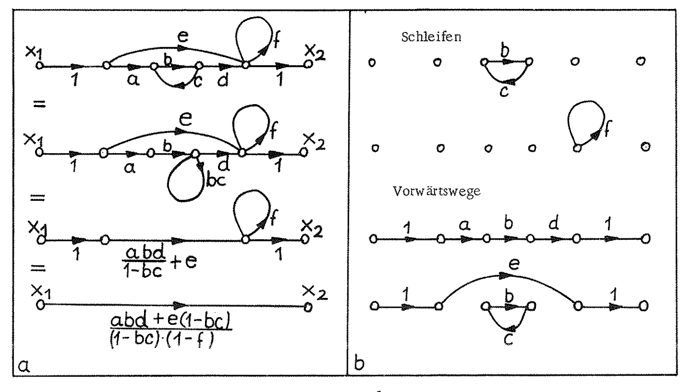


Bild 2 a – 2 b

1.3 Die Masonsche Flußgraphenregel

Für komplizierte Systeme wird zur Ermittlung der Gesamtübertragungsfunktion die Masonsche Flußgraphenregel (1953, 1956) herangezogen:

$$T = \frac{\sum T_k \Delta_k}{\Delta} \qquad (1.2)$$

Es bedeuten:

$$\Delta = 1 - \sum P_{1m} + \sum P_{2m} - \sum P_{3m} + \ldots \pm \sum P_{nm}$$

P_{nm} = Übertragungsfunktion der m-ten möglichen Kombination von n sich nicht berührenden Schleifen.

T_k = Übertragungsfunktion des k-ten Vorwärtsweges.

Δ_k = Wert von Δ, der aus Anteilen resultiert, die den k-ten Vorwärtsweg nicht berühren.

Zur Veranschaulichung der Masonschen Flußgraphenregel soll der Flußgraph von Bild 2 a mit ihr reduziert werden. Er enthält zwei Vorwärtswege und zwei Schleifen, die sich nicht berühren (Bild 2 b).

Die einzelnen Ausdrücke in (1.2) ergeben sich zu:

$$\Delta = 1 - (bc + f) + bcf$$

$$T_1 = abd$$

$$T_2 = e$$

$$\Delta_1 = 1$$

$$\Delta_2 = 1 - bc$$

und man erhält

$$T = \frac{abd + e\,(1 - bc)}{1 - (bc + f) + bcf}$$

2. Die Analyse stochastischer Systeme mittels Flußgraphen

2.1 Die Behandlung diskreter Markov-Prozesse

Diskrete Markov-Prozesse werden durch eine Zustandsmenge $\{1, 2, \ldots, N\}$ und die zugehörige stochastische Matrix $[p_{ij}]$ der bedingten Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Zuständen charakterisiert. Bei gegebenen Anfangszustandswahrscheinlichkeiten sind die statistischen Eigenschaften des Systems - in dem Sinne, daß es existiert - vollkommen bestimmt.

Zur Darstellung eines Markov-Prozesses durch einen Flußgraphen genügt die Kenntnis der stochastischen Matrix, zur weiterführenden Analyse sind die Anfangszustandswahrscheinlichkeiten sowie einige Transformationen notwendig.

Für das im folgenden mehrmals verwendete Beispiel des aus 2 Zuständen bestehenden Markov-Prozesses mit der stochastischen Matrix

$$\left[p_{ij} \right] = \begin{vmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \qquad (2.1)$$

ist der äquivalente Flußgraph in Bild 3 a dargestellt. Das Vorgehen bei der Darstellung auch komplizierterer Markov-Prozesse durch einen Flußgraphen ist unmittelbar einleuchtend. Diese allein hätte jedoch außer der anschaulichen Darlegung einiger Eigenschaften des Systems keinen allzu großen Vorteil, wenn nicht eine weiterführende Analyse hieran anschließen könnte. Die hierbei üblichen Methoden sowie deren Anwendungsmöglichkeiten sollen im folgenden erörtert werden.

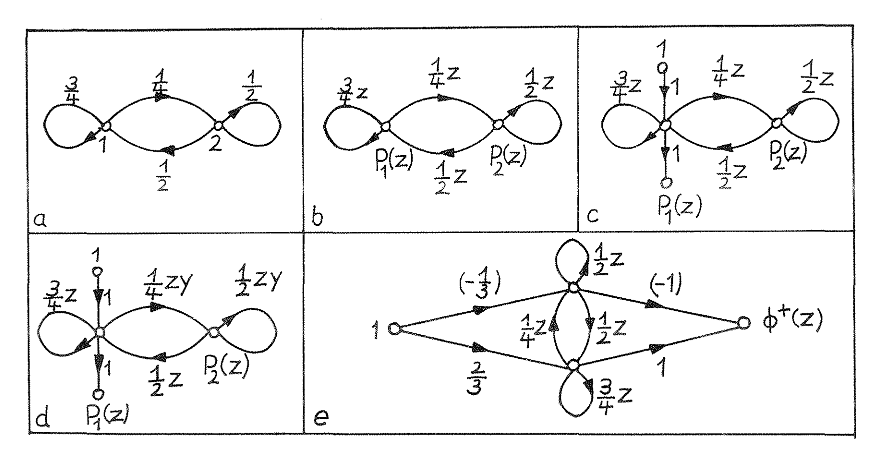


Bild 3 a — Bild 3 e

2.11 Die Einführung der z-Transformation

Wir können bei bekannten Anfangsbedingungen für n = 0 die Zustandswahrscheinlichkeiten p_j (n) im Oberbereich mit der Differenzenbeziehung

$$p_j\,(n+1) = \sum_{i=1}^{N} p_i\,(n)\,p_{ij}\,, \quad \begin{matrix} n = 0,1,2,\ldots \\ j = 1,2,\ldots,N \end{matrix} \qquad (2.2)$$

oder im Unterbereich über die z-Transformierte von (2.2)

$$P_j(z) = p_j(o) + z \sum_{i=1}^{N} P_i(z)\, p_{ij} \quad , \qquad j = 1,2, \ldots, N \qquad (2.3)$$

ermitteln (Lorens, 1964). Der z-Operator an jedem Zweig (Bild 3b, 3 c) deutet an, daß eine Zeitverzögerung von einer Zeiteinheit stattfindet. Für gemischte Differenzen-Differential-Gleichungssysteme ist es wichtig zu wissen, daß $z = e^{-Ts}$ ist, wobei T die Abtastperiode ist. Für diskrete Systeme langt die Definition der z-Transformation von p (n):

$$P(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} z^n p(n) \quad .$$

Bild 3 b zeigt den zu Bild 3 a äquivalenten Flußgraph der z-Transformierten ohne Berücksichtigung der Anfangszustandswahrscheinlichkeiten.

Sind als Anfangszustandswahrscheinlichkeiten $p_1(0) = 1$ und $p_2(0) = 0$ gegeben, dann muß, um den Flußgraph nach (2.3) zeichnen zu können, das System sozusagen aktiviert werden, indem auf den Knoten $P_1(z)$ mittels des Startknotens 1 und des Übertragungsfaktors 1 ein Einheitssprung aufgeschaltet wird, so daß sich das System mit der Wahrscheinlichkeit 1 zum Zeitpunkt n = 0 im Zustand 1 befindet. Um die Sprungantwort $P_1(z)$ nach Mason durch Flußgraphenreduktion zu ermitteln, wird der Knoten $P_1(z)$ mit dem Übertragungsfaktor 1 herausgezogen (Bild 3 c). - Für mehrere Anfangswerte muß das Superpositionsprinzip angewendet werden. Wenn $P_{ij}(z)$ die Übertragungsfunktion vom Knoten i zum Knoten j ist, dann ist das Signal am Knoten j allgemein gegeben durch

$$P_j(z) = \sum_{i=1}^{N} p_i(0)\, P_{ij}(z) \, .$$

Für $p_1(0) = 1$, $p_2(0) = 0$ ist dann $P_1(z) = P_{11}(z)$.

2.12 Die erzeugende Funktion

Für $P_1(z)$ erhält man durch Flußgraphenreduktion die Beziehung

$$P_1(z) = \frac{1}{1 - \left[\frac{3}{4} z + \frac{1}{8} z^2 \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2} z}\right)\right]} \qquad (2.4)$$

$$P_1(z) = \frac{1 - \frac{1}{2} z}{1 - \frac{5}{4} z + \frac{1}{4} z^2}$$

als erzeugende Funktion. Die Frage nach der Wahrscheinlichkeit $p_1(n)$, daß

sich das System zum Zeitpunkt $t = n$ $(n > 0)$ im Zustand 1 befindet, kann durch Rücktransformation in den Zeitbereich beantwortet werden. Hierfür stehen einige Methoden zur Verfügung (Lorens, 1964):

1. Die Differentiation entsprechend der Beziehung

$$p_j(n) = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} P_j(z) \Big|_{z=0} \tag{2.5}$$

2. Die Ausführung der Division des Bruches der erzeugenden Funktion, um die Potenzreihenentwicklung von z zu erhalten. Für (2.4) lautet diese:

$$P_1(z) = 1 + \frac{3}{4} z + \frac{11}{16} z^2 + \dots . \tag{2.6}$$

Der Koeffizient der n-ten Potenz von z in $P_j(z)$ gibt die Wahrscheinlichkeit $p_j(n)$ an; für (2.6) gilt also:

$$p_1(0) = 1, \; p_1(1) = 3/4, \; p_1(2) = 11/16 \text{ usw.}$$

Mit diesen zwei Methoden können die Zustandswahrscheinlichkeiten niederer Ordnung gefunden werden, zur Bestimmung der Zustandswahrscheinlichkeiten höherer Ordnung verwendet man dagegen am besten:

3. Die Partialbruchzerlegung der erzeugenden Funktion, etwa

$$P_j(z) = k_0 + \frac{k_1}{1 - a_1 z} + \dots + \frac{k_q}{1 - a_q z} \tag{2.7}$$

Jeder Partialbruch in (2.7) kann als Potenzreihe dargestellt werden mit

$$\frac{k_\nu}{1 - a_\nu z} = k_\nu \left(1 + a_\nu z + (a_\nu z)^2 + \dots \right) \tag{2.8}$$

$$(\nu = 1, \dots, q)$$

Die Zustandswahrscheinlichkeit $p_j(n)$ ist dann die Summe der Koeffizienten der n-ten Potenzen der Potenzreihen (2.8)

$$p_j(n) = \sum_{\nu=0}^{q} k_\nu a_\nu^{\;n}$$

Die Partialbruchzerlegung von (2.4) liefert

$$P_1(z) = \frac{\frac{2}{3}}{1 - z} + \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{4} z}$$

$$= \frac{2}{3}(1 + z + z^2 + \ldots) + \frac{1}{3}(1 + \frac{1}{4}z + (\frac{1}{4}z)^2 + \ldots)$$

und damit

$$p_1(n) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(\frac{1}{4})^n, \quad n \geqq 0$$

Falls bei den Faktoren in (2.7) komplexe Koeffizienten auftauchen, oder die Zerlegung zu schwierig wird, kann das Grenzverhalten von $p_j(n)$ für $n \to \infty$ aus der erzeugenden Funktion

$$P_j(z) = \frac{Z(z)}{N(z)}$$

mittels der Beziehung

$$\lim_{n \to \infty} p_j(n) = \lim_{z \to 1} (z - 1) \frac{Z(z)}{N(z)}$$

$$= - \frac{Z(1)}{N'(1)} \qquad (2.9)$$

ermittelt werden (Lorens, 1964), wobei $N'(z)$ die erste Ableitung des Nenners darstellt.

2.13 Die Indizierung von Übergängen

Die Tatsache, daß die Exponenten von z der Reihenentwicklung der erzeugenden Funktion die Anzahl der Übergänge wiederspiegeln, legt nahe, zusätzliche Variable als Zählgrößen einzuführen, um Fragen der folgenden Art beantworten zu können: Wie groß ist für das System in Bild 3 a die Wahrscheinlichkeit, daß es sich nach n Übergängen und k-maligem Durchlaufen des Zustandes 2 im Zustand 1 befindet, wenn die Anfangsbedingung $p_1(0) = 1$ gilt?

Alle Übertragungsfaktoren der zum 2. Knoten hinführenden Zweige (vgl. Bild 3 d) werden mit der zusätzlichen Variablen y versehen. Die Übertragungsfunktion lautet nun:

$$P_1(z,y) = \frac{1 - \frac{1}{2}zy}{1 - (\frac{3}{4} + \frac{1}{2}y)z + \frac{1}{4}yz^2}$$

Um in den Zeitbereich zurückzukehren muß $P_1(z,y)$ in eine Potenzreihe von z und y entwickelt werden. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit steht dann als Koeffizient bei $z^n y^k$ (Sittler, 1956).

3. Anwendungsbeispiele diskreter stochastischer Systeme

Mit den behandelten Grundlagen können wir z. B. Probleme bearbeiten, die sich aus der Grundvorstellung des Bernoulli-Versuches ableiten, wenn etwa nach der Wahrscheinlichkeit gefragt ist, daß beim Münzenwurf nach n Würfen zum ersten Mal Kopf (K), dreimal hintereinander Kopf (KKK), oder (KKK) vor (KWK) erschienen ist etc.

3.1 Münzenwurf

Wir wollen die Wahrscheinlichkeit dafür finden, daß beim n-ten Münzenwurf zum erstenmal dreimal hintereinander Kopf erschienen ist, was wir als Ereignis E_3 definieren. Den Flußgraph zu diesem Problem zeigt Bild 4 a, b. Ähnlich wie in Bild 3 c wird das System über einen Einheitssprung zum Zeitpunkt $t = 0$ von einem herausgezogenen Startknoten aus aktiviert (Bild 4 a), der nach den Reduktionsregeln auch mit dem ersten W-Knoten zusammengelegt werden kann (Bild 4 b), da das Erscheinen eines Wappens (W) einem erneuten Starten gleichkommt (Huggins, 1957).

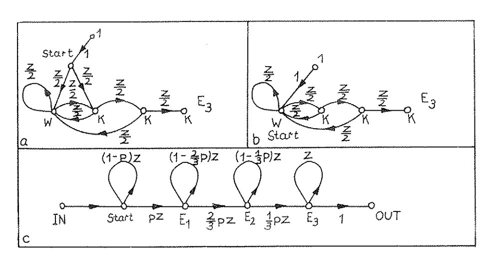


Bild 4 a   Bild 4 c

Durch Flußgraphenreduktion erhält man die Übertragungsfunktion

$$P_{E_3}(z) = \frac{z^3}{8 - 4z - 2z^2 - z^3} \tag{2.10}$$

und durch Division die gesuchten Wahrscheinlichkeiten zu

$$P_{E_3}(n) = \frac{1}{8}\left[0, 0, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{7}{16}, \ldots\ldots\right].$$

Auch die Frage nach dem zeitlichen Erwartungswert und der Varianz von E_3 kann beantwortet werden. Über die Definition der z-Variablen

$$z = e^{-Ts} = 1 - Ts + \frac{(Ts)^2}{2!} \ldots.$$

und der bekannten Beziehungen zwischen den zeitlichen Momenten von $p(\tau)$ und den Koeffizienten der Potenzreihenentwicklung der Laplace-Transformierten

$$\mathcal{L}\left[p(\tau)\right] = P(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots.$$

mit
$$a_o = \int_o^\infty p(\tau)\,d\tau = P(0)$$
$$a_1 = -\int_o^\infty \tau\, p(\tau)\,d\tau = P'(0) \qquad (2.11)$$
$$2\,a_2 = \int_o^\infty \tau^2\, p(\tau)\,d\tau = P''(0) \text{ usw.}$$

erhält man die Beziehungen

a_o = Ereigniswahrscheinlichkeit zu irgendeinem Zeitpunkt

$-\frac{a_1}{a_o}$ = Erwartungswert der Zeitdauer vor dem Eintreten des Ereignisses

$2\frac{a_2}{a_o} - \left(\frac{a_1}{a_o}\right)^2$ = Varianz der Zeitdauer vor dem Eintreten des Ereignisses .

Für das Beispiel (2.10) erhält man

$$P_{E_3}(z) = P_{E_3}(e^{-sT}) = \frac{1-3sT - 9(sT)^2/2 + \ldots}{1 + 11sT - 33\,(sT)^2/4 + \ldots}$$
$$= 1 - 14sT + \frac{667}{4}(sT)^2 + \ldots$$

E_3 ist also ein "sicheres" Ereignis, der Erwartungswert der Zeitdauer bis zum Eintreten von E_3 beträgt 14T, die Varianz dieser Zeitdauer $(11,9T)^2$.

3.2 Trefferwahrscheinlichkeiten

Als weiteres einführendes Beispiel wollen wir das Problem untersuchen, daß drei Luftziele unbedingt getroffen werden müssen. Dies soll durch Fernlenkraketen vom Typ A oder B geschehen, die beide das Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit von p = 0, 7 treffen. Der Typ A sucht sich das Ziel zufällig aus, der Typ B muß auf sein Ziel angesetzt werden; für sechs kompliziertere B-Typen können acht A-Typen angeschafft werden. Wieviel Stück sind jeweils nötig, um die drei Ziele mit 99-prozentiger Wahrscheinlichkeit zu treffen, und welcher Typ soll angeschafft werden?

Für Typ B ergibt sich die Anzahl n aus der Bedingung

$$1 - 0,3^n = 1 - 0,99^{\frac{1}{3}}$$

zu n = 4, 8 Stück/Ziel, so daß insgesamt 15 Stück notwendig sind. Für Typ A kann das Problem mit einem Flußgraph (Bild 4 c) gelöst werden, wobei die drei Ereignisse E_1, E_2, E_3 interessieren:

E_1: Ein Ziel getroffen
E_2: Zwei Ziele getroffen
E_3: Drei Ziele getroffen

Falls E_1 erreicht wird, muß, um zu E_2 zu gelangen, eines der zwei weiteren Ziele getroffen werden, sonst kehrt man zu E_1 zurück. Hierbei muß beachtet werden, daß auch ein bereits zerstörtes Ziel wieder getroffen werden kann (Hall, 1962). Durch Flußgraphenreduktion erhält man die Übertragungsfunktion

$$P(z) = \frac{0,0761\, z^3}{1 - 2,6\, z + 2,4z^2 - 0,923z^3 + 0,123z^4}$$

$$= 0,0761z^3 + 0,198z^4 + 0,332z^5 + 0,458z^6 + 0,570z^7 + \ldots$$

Die Wahrscheinlichkeit, sieben Stück zu benötigen, ist gleich dem Koeffizienten von z^7: 0,67. Den Exponenten n zum Koeffizienten 0,99 erhält man über die Partialbruchzerlegung zu $n = 21$. Eine Entscheidung würde also zugunsten des Typs B auslaufen.

3.3 Korrelationsfunktionen

Wir wollen die Autokorrelationsfunktion für das in Bild 3 a dargestellte Beispiel berechnen, wobei dem Zustand 1 der Wert (+ 1) und dem Zustand 2 der Wert (-1) zukommen möge. Die Autokorrelationsfunktion kann in der Form (Sittler, 1956)

$$\varphi(n) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} a_i a_j p_i(\infty) p_{ij}(n), \qquad n \geqq 0 \qquad (2.12)$$

geschrieben werden, mit

$p_i(\infty)$ = Grenzwahrscheinlichkeit des i-ten Zustandes

a_i = Zustandswert des i-ten Zustandes

$p_{ij}(n)$ = Zustandswahrscheinlichkeit des j-ten Zustandes zum Zeitpunkt $t = n$, falls zum Zeitpunkt $t = 0$ im i-ten Zustand gestartet wurde.

Die z-Transformierte zu (2.12) lautet für positive n

$$\Phi^+(z) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} a_i a_j p_i(\infty)\; P_{ij}(z). \qquad (2.13)$$

Mit den Werten $p_1(\infty) = \frac{2}{3}$, $p_2(\infty) = \frac{1}{3}$, $a_1 = 1$, $a_2 = -1$ erhält man

$$\Phi^+(z) = \frac{2}{3} P_{11}(z) - \frac{2}{3} P_{12}(z) - \frac{1}{3} P_{21}(z) + \frac{1}{3} P_{22}(z). \qquad (2.14)$$

Den hierzu gehörigen Flußgraph zeigt Bild 3 e. Seine Übertragungsfunktion erhält man zu

$$\Phi^{+}(z) = \frac{1 - \frac{11}{12} z}{1 - \frac{5}{4} z + \frac{1}{4} z^{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{9}}{1 - z} + \frac{\frac{8}{9}}{1 - \frac{1}{4} z}$$

und die Autokorrelationsfunktion $\varphi(n)$ zu

$$\varphi(n) = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} \left(\frac{1}{4}\right)^{|n|} \qquad (2.15)$$

Die z-Transformierte

$$\Phi(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} z^{n} \varphi(n) \qquad (2.16)$$

stellt die Abtastversion des Leistungsspektrums von $\varphi(n)$ für alle n dar. Falls das konstante Glied in (2.15) fehlt, konvergiert (2.16) für $z \to 1$. Dies kann man durch eine Verschiebung erreichen (Sittler, 1956), für $a_1 = \frac{2}{3}$ und $a_2 = -\frac{4}{3}$ erhalten wir z. B.

$$\Phi^{+}(z) = \frac{\frac{8}{9}}{1 - \frac{1}{4} z}$$

und bei Beachtung der Tatsache, daß einem Vorzeichenwechsel im Frequenzbereich ($j\omega \to (-j\omega)$; $s \to (-s)$) der Übergang von z zu z^{-1} entspricht (Tou, 1959),

$$\Phi(z) = \frac{\frac{8}{9}}{1 - \frac{1}{4} z} + \frac{\frac{8}{9}}{1 - \frac{1}{4} z^{-1}} - \frac{8}{9}$$

$$= \frac{\frac{5}{6}}{\left(1 - \frac{1}{4} z\right)\left(1 - \frac{1}{4} z^{-1}\right)}$$

Zusammenfassung

Die von Mason, Coates u. a. entwickelte Flußgraphentechnik zur Darstellung und Untersuchung linearer Systeme ist auf diskrete und kontinuierliche Markov-Prozesse unter Zuhilfenahme der z- bzw. Laplace-Transformation anwendbar. Für die Unternehmensforschung und Wirtschaftskybernetik bietet sich hiermit ein anschauliches und leistungsfähiges Instrumentarium bei der Untersuchung von stochastischen Unternehmensmodellen, Wartesystemen, Zuverlässigkeitsproblemen u. dgl. mehr an, das auch als Grundlage von Analogrechnerschaltungen verwendet werden kann.

In einem späteren Beitrag wird die obige Fragestellung auf kontinuierliche stochastische Systeme übertragen.

Schrifttumsverzeichnis

Coates, C. L. Flow graph solutions of linear algebraic equations, IRE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-6, 1959, S. 170-187

Desoer, C. A. The optimum formula for the gain of a flow or a simple derivationof Coates' formula, Proc. IRE, Vol. 48, 1960, S. 883-889

Hall, A.D. A Methodology for Systems Engineering, Princeton, 1962

Happ, W. W. Mission Success and Cost Analysis by Flow Graphs, Lockheed Missiles and Space Company LMSC 3-38-61-7, 1961

Huggins, W. H. Signal Flow Graphs and Random Signals, Proc. IRE, Vol. 45, 1957, S. 74-86

Lorens, C. S. Flowgraphs for the Modeling and Analysis of Linear Systems, New York, 1964

Mason, S. J. Feedback Theory: Some Properties of Signal Flow Graphs, Proc. IRE, Vol. 41, 1953, S. 1144-1156,

Mason, S. J. Feedback Theory: Further Properties of Signal Flow Graphs, Proc. IRE, Vol. 44, 1956, S. 920-926

Mason, S. J. Topological Analysis of Linear Nonreciprocal Networks, Proc. IRE, Vol. 45, 1957, S. 829-838

Niedereichholz, J. Grundzüge einer Systemanalyse ökonomischer Modelle mittels Flußgraphen, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, 183, 1969, S. 30-47

Sittler, R. W. Systems Analysis of Discrete Markov Processes, IRE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-3, 1956, S. 257-266

Tou, J. T. Digital and Sampled-data Control Systems, New York, 1959

Tustin, A. The Mechanism of Economic Systems, London 1953

Eingegangen am 2. Juni 1970

Anschrift des Verfassers:
Dr. J. Niedereichholz, Rechenzentrum der Universität, 75 Karlsruhe, Englerstraße 2



RECHNERERZEUGTE ÄSTHETISCHE INFORMATION UND IHRE LERNWIRKSAMKEIT IN EINEM FORMALDIDAKTISCH ERZEUGTEN LEHRPROGRAMM

von Klaus-Dieter Graf und Helga Illner, Berlin

1.0 Zielsetzung der Untersuchung

Ausgangspunkt des Projekts war die Zielsetzung, die Möglichkeiten eines Einsatzes von rechnererzeugter ästhetischer Information in rechnererzeugten Lehrprogrammen (nach Formaldidaktiken wie ALZUDI und COGENDI) zu erproben. Es wurde ein Rahmenprogramm für einen Digitalrechner erstellt, mit dem Zufallszeichenfolgen der gleichen Formalstruktur in verschiedenen Redundanzgraden (andere informationstheoretische Parameter wie Auffälligkeitswert, Überraschungswert etc. können ebenfalls berücksichtigt werden) produziert werden können. Die Zeichenfolgen können sowohl auditiv als Tonfolgen (die von einem elektronischen Tonfolgegenerator (Orgel) geliefert werden) als auch visuell in Form von Typogrammen (Ausdrucke der Zufallsfolgen von geometrischen Zeichen über einen Schreibmaschinen-Kugelkopf) realisiert werden. - An dem Projekt haben(außer den Autoren)Bärbel Lieske und Georg Hansmann, beide am Institut für Kybernetik, Berlin, mitgearbeitet.

Bei unseren Versuchen haben wir uns zunächst auf die visuell wahrnehmbare ästhetische Information beschränkt. Ziel unserer empirischen Untersuchung war es, den Einfluß dieser in einem Lehrprogramm eingesetzten ästhetischen Information auf den Lernerfolg zu ermitteln.

Nach Frank (1964) nennen wir die Information, die noch in den Zeichen steckt, wenn die Bedeutung bereits bekannt ist, die ästhetische Information. Dieser Begriff kann auch auf Zeichengebilde ohne semantische Funktion übertragen werden (auf Ornamente, bloße Farbkompositionen etc.); dabei entspricht die ästhetische Information der Information, die noch in den Unterzeichen steckt, nachdem die Superzeichen der vom Individuum gewählten Betrachtungsstufe bereits bekannt sind.

Bei der vorliegenden Untersuchung geht es nicht um die Beurteilung oder gar die Analyse der Ästhetik selbst, wir beschränken uns hingegen ausdrücklich darauf, eine bestimmte Variation der ästhetischen Information in einem Lehrprogramm hinsichtlich ihres Einflusses auf den Lernerfolg zu überprüfen. Ästhetische Infor- ist in jedem Lehrprogramm zwangsläufig vorhanden, sei es in der Stilistik des Textes oder auch in der Form von Variationen der visuellen oder der auditiven

Darstellung (Graphik, Sprecherrollen etc.). Selbst in den einfachen formaldidaktischen Lehrprogrammen ist beispielsweise schon durch die Reihenfolgemöglichkeiten der Lehrschritte ästhetische Information vorhanden. Ästhetische Information hat andererseits auch die wichtige Funktion, das Lernverhalten der Adressaten zu fördern. Nach Frank-Böhringer und Frank (1967) sollte in einem einzelnen Lehrschritt eines Lehrprogramms die ästhetische Information mehr als das Zehnfache der semantischen Information ausmachen. In einem ALZUDI-Programm ist der Anteil der ästhetischen Information besonders gering. Durch die Wiederholungen der einzelnen Lehrschritte sinkt zudem noch die semantische Information von Lehrschritt zu Lehrschritt ab (Frank u. Graf 1967).

Wir wollen in unserem Versuch die fehlende ästhetische Information in das ALZUDI-Programm hineinbringen, indem wir dem ausgedruckten Lehrschritt einen Hintergrund aus Zufallsfolgen von Zeichen - eben die Typogramme - unterlegen. Wir haben diese Spielart gewählt, weil sich an diesen Zeichenverteilungen informationstheoretische Maße relativ leicht berechnen lassen, andererseits richtete sich unser Interesse auch gerade auf rechnererzeugte ästhetische Information. Das vorliegende Experiment ist im Rahmen eines Projektes durchgeführt worden, in dem auch wesentlich komplexere Spielarten der ästhetischen Information in Lehrprogrammen (hier versch. Sprechrollenversionen, versch. graphische Stile), die informationstheoretisch nur schwer zu erfassen sind, untersucht werden. Gerade von der Vereinigung dieser beiden Ansätze erhoffen wir uns eine fruchtbare Grundlage weiterer Forschungen.

2. Planung und Durchführung des Experiments

2.1 Geplante experimentelle Vergleiche

Unser erster experimenteller Vergleich richtet sich auf die Hypothese I, daß das systematische Auffüllen der Lehrschritte mit ästhetischer Information entsprechend der Abnahme an semantischer Information (Frank, 1969) bis zu einem vom Psychostrukturmodell ausgewiesenen Optimum (Berücksichtigung der konstanten Apperzeptionsgeschwindigkeit C_k) einen positiven Effekt auf die Lernleistung ausübt. Wir vergleichen deshalb die Situationen:

A: Lehrprogramm mit systematisch variierter ästhetischer Information
B: Lehrprogramm ohne ästhetische Information

Ein zweiter Vergleich muß sich folglich auf den Einfluß der *systematisch* variierten ästhetischen Information richten. Wir vergleichen A mit der Situation C: Lehrprogramm mit zufallsmäßig variierter ästhetischer Information.

Weitere Vergleiche sollen sich auf die Beziehung zu emotionalen Variablen richten: Situation D: Lehrprogramm mit durchweg positiv beurteilter (Beurteillungsexperiment) ästhetischer Information, verglichen mit Situation E: Lehrprogramm mit negativ beurteilter ästhetischer Information (Vergleich auch mit A und mit B). In weiteren Schritten soll dann die ästhetische Information selbst variiert werden: in Form von typographischen Merkmalen (z.B. verschiedene Schrifttypen) und schließlich auch stilistischen Charakteristika. Berichtet werden soll hier zunächst nur über den ersten Vergleich, die weiteren Untersuchungen stehen noch aus.

2.2 Art und Darbietung der Lernaufgabe

Aufgabe der Versuchspersonen war es, Zuordnungen von sinnfreien Silben - entsprechend dem Vokabellernen - zu lernen (Beispiel: bud - xam.). Sinnfreie Silben wurden gewählt, um a) unterschiedliches Vorwissen möglichst zu neutralisieren und b) um den Informationsgehalt des Lehrstoffes relativ leicht berechnen zu können.

Die Zuordnungen (insgesamt 6) wurden in einem mit der Formaldidaktik ALZUDI erzeugten Lehrprogramm zusammengestellt:

Listen der verwendeten Silbenzuordnungen

Liste I	Liste II
rav - nug	kup - lof
ler - fem	dev - mab
bud - xam	riq - diw
faw - zid	caw - qet
tef - hog	wok - jel
pok - zeb	hib - sug

Auszug aus dem Lehrprogramm

Lehrschritte: 1, 2, 3, 4, 20, 21, 22

1. rav - nug
   rav ?

2. rav - nug
   ler - fem
   ler ?

3. ler - fem
   bud - xam
   bud ?

4. bud - xam
   rav - nug
   ler ?

20. faw - zid
pok - zeb
ler ?

21. ler - fem
faw - zid
tef ?

22. tef - hog
pok - zeb
rav ?
rav - nug

Das Lehrprogramm wurde lehrschrittweise über den Diaprojektor für die jeweilige Gruppe von Versuchspersonen dargeboten (1. Dia: Zuordnung bud - xam, 2. Dia: Frage: bud? etc.). Bilddauer und Bildwechsel wurden automatisch gesteuert über die Konfiguration Robbimat des BAKKALAUREUS. Die Darbietungszeit pro Dia wurde aufgrund von Voruntersuchungen auf T = 5 sec festgesetzt. Auf die Frage hatten die Versuchspersonen in einem eigens dafür präparierten Heftchen (für jede Antwort ein eigener Papierstreifen) schriftlich zu antworten.

Im Nachtest bzw. Lernerfolgstest, der uns die wichtigsten Daten liefern sollte (Anzahl der gelernten Zuordnungen), wurden nochmal alle sechs Zuordnungen abgefragt - nunmehr ohne Diaprojektion (um Störversuche zu reduzieren) -, die Fragen standen in den Heften der Versuchspersonen. Da ein intraindividueller Design durchgeführt werden sollte, mußten zuvor zwei Silbenlisten von gleichem Schwierigkeitsgrad hergestellt werden. Die Auswahl der gesamten Silben erfolgte nach einer Aufstellung der Auftretenshäufigkeit von Trigrammen (Konsonant - Vokal - Konsonant) in der deutschen Sprache von Schönpflug (1969 a). Es wurden diejenigen ausgewählt, deren Auftretenshäufigkeit gleich oder kleiner als 0.00001 (1 x pro 100 000 Wörter) waren. Außerdem wurden diese Silben in Vorversuchen von Versuchspersonen gelernt, um ihre Lernschwierigkeit (bzw. den Einfluß von Assoziationswerten) festzustellen.

2.3 Experimenteller Design

Jede Versuchsperson mußte nacheinander die zwei Lehrprogramme, eines mit ästhetischer Information - eines ohne ästhetischen Hintergrund, durcharbeiten. Die Reihenfolge der Lehrprogramme wurde - um Übungseffekte zu kontrollieren - rotiert: Die eine Gruppe begann mit der Situation A, die andere mit der Situation B. Außerdem wurde die ästhetische Information einmal an die Silbenliste I, zum anderen an die Silbenliste II gekoppelt, um einen möglichen spezifischen Materialeffekt oder eine Wechselwirkung zwischen spezifischer Silbenliste und Ästhetik-Hintergrund zu kontrollieren. (Bsp. eines Lehrquants mit Ästhetik-Hintergrund s. Bild 1 a).

rav-nug

1a

1b

Bild 1 a) Bild eines Lehrquants (vgl. 2.3) mit r = 0,89

Bild 1 b) Typogramm aus dem Vorversuch (vgl. 2.4) mit r = 0,0

2.4 Voruntersuchung: Redundanzgrad und subjektive Gefallensbeurteilung

Wir sind von der Hypothese ausgegangen, daß die progressiv abnehmende semantische Information der Lehrschritte ersetzt werden kann durch ein Angebot an zusätzlicher Hintergrundinformation, die nicht gelernt zu werden braucht und somit ausschließlich die Funktion der ästhetischen Information innehat. Diese ästhetische Information sollte entsprechend der Abnahme der semantischen Information immer informationshaltiger werden oder anders betrachtet: ihr durchschnittlicher Redundanzgrad sollte mehr und mehr abnehmen. Der Berechnung der Redundanz legten wir die übliche Formel für die relative Redundanz zugrunde (z.B. Frank, 1969, Bd. I, S. 138):

$$r = 1 - \frac{H/\text{bit}}{\text{ld}\ u} \qquad \begin{array}{l}(H = \text{mittlere Information} \\ \;u = \text{Umfang des Feldes})\end{array}$$

In einer Voruntersuchung haben wir geprüft, ob der Redundanzgrad des Typogramms hinsichtlich der subjektiven Beurteilung relevant ist. Es wurden insgesamt 50 Typogramme (Bsp. eines Typogramms s. Bild 1 b) mit unterschiedlichem Zeichenrepertoire und den Feldumfängen u von 2 - 4 projiziert. Sie repräsentierten 5 Grade der Redundanz (0,0; 0,2; 0,4; 0,6 und 0,8). Die Versuchspersonen beurteilten sie mittels einer 7-Punkte-Skala ("1" :"gefällt sehr gut"; "7" : "gefällt überhaupt nicht") auf den Grad des subjektiven Gefallens hin (Darbietungszeit: 8 sec pro Dia). Es zeigte sich dabei die Tendenz, daß die Typogramme umso besser beurteilt wurden, je niedriger die Redundanzklasse war. Tabelle 1 enthält die Zentralwerte (Mediane) der Beurteilungen pro Redundanzklasse.

Tabelle 1

Redundanzgrad	Mediane	sign. Vergleiche besser/schl. beurt.	Wilcoxon T	Wilcoxon $N_{Diff.}$	Wilcoxon α
0,0	3,890	0,0 - 0,8	65,0	23	0,05
0,2	4,113	0,2 - 0,4	40,5	19	0,05
0,4	4,224	0,2 - 0,8	50,0	22	0,02
0,6	4,216	0,6 - 0,8	65,5	22	0,05
0,8	4,621				

Mit dem Wilcoxon matched-pair-signed ranks-Test (Siegel, 1956) wurden Vergleiche bezüglich der einzelnen Redundanzklassen durchgeführt; nicht alle Ver-

gleiche erbrachten signifikante Differenzen (s. Tabelle 1). Bei weiteren drei Vergleichen zeichneten sich starke Tendenzen ab, die T-Werte lagen geringfügig oberhalb der Signifikanzgrenze. Ein Vergleich zwischen den vergröberten Klassen: (0,2 u. 0,4) vs. (0,6 u. 0,8) erbrachte einen signifikanten Unterschied $T = 72{,}0$; $N_D = 23$; $\alpha = 0{,}05$) zugunsten der niedrigen Redundanzklassen. Diese Ergebnisse müssen jedoch in weiteren Untersuchungen empirisch erhärtet werden, bevor wir sie für unsere experimentelle Hypothese interpretieren. Bei unserer experimentellen Variation gehen wir deshalb nur von der Redundanz als Ausdruck der relativen Informationshaltigkeit aus und betrachten sie in diesem Sinne als die kritische Variable.

2.5 Variation der ästhetischen Information innerhalb des Lehrprogramms

In Anlehnung an das Vorgehen von ALZUDI 2 (vgl. Frank, 1969, Bd. II, S. 170) berechnen wir zunächst die Textinformation

$$i_s = p_{ist} \cdot (L + 4) + (1 - p_{ist}) \cdot (2{,}3 \quad + 2{,}5 \cdot L).$$

Dabei ist p_{ist} die jeweilige Wahrscheinlichkeit für die Bekanntheit der Silben, L deren Länge in Zeichen. In unserem Spezialfall ist $L = 6$, danach erhalten wir i_s:

$$i_s = 17{,}3 - 7{,}3 \cdot p_{ist} \text{ bit } (\geqq \quad 10 \text{ bit}).$$

Wir nehmen an, daß in der Tatsache der Zusammengehörigkeit zweier Silben (Zuordnung, Bildung eines Superzeichens) eine weitere Information i_z enthalten ist, die ebenfalls von der Bekanntheit der Silben abhängt, $i_z = -\operatorname{ld}(p_{ist})$. Wir nehmen dabei an, daß gilt $p_0 \approx 1/1024$, also $i_z(o) \approx 10$ bit. Somit ergibt sich eine Gesamtinformation

$$I = i_s + i_z = 17{,}3 - 7{,}3 \cdot p_{ist} - \operatorname{ld}(p_{ist}).$$

Diese wird in der Zeit $t = I/C_k$ apperzipiert; t nimmt mit wachsendem p_{ist}, d.h. wachsender Wiederholungszahl einer Zuordnung, ab.

Ist T die Darbietungsdauer eines Lehrquants oder Urteils, so verbleibt die Zeit $t' = T - t$ zur Aufnahme ästhetischer Information. Deren Zunahme mit wachsender Wiederholungszahl fordert ein Mehr an ästhetischer Information in den unterlegten Typogrammen, die wir durch ihre (ästhetische) Redundanz r klassifiziert haben.

Mathematisch beschreiben wir diesen Zusammenhang durch

$$r = \exp\left((t - 1,8) \cdot \frac{1,8}{t}\right).$$

Diese Funktion ist nicht theoretisch begründet; sie bewirkt lediglich, daß r sich bei den in unseren Versuchen vorkommenden Werten der didaktischen Gesamtinformation über ein verhältnismäßig breites Intervall erstreckt (0,89 - 0,15). Einige Werte gibt die Tabelle 2.

Tabelle 2

t'	3,30	3,80	3,90	3,98	4,04	4,09	4,13
t	1,70	1,20	1,10	1,02	0,96	0,91	0,87
r	0,89	0,41	0,32	0,25	0,21	0,17	0,15

2.6 Erörterung der Hypothesen

Unsere experimentelle Hypothese stützt sich auf informationspsychologische Überlegungen, die auf dem Psychostrukturmodell beruhen. Wir erwarten, daß das Lernen durch einen optimalen Informationsfluß während der Lernaufgaben begünstigt wird.

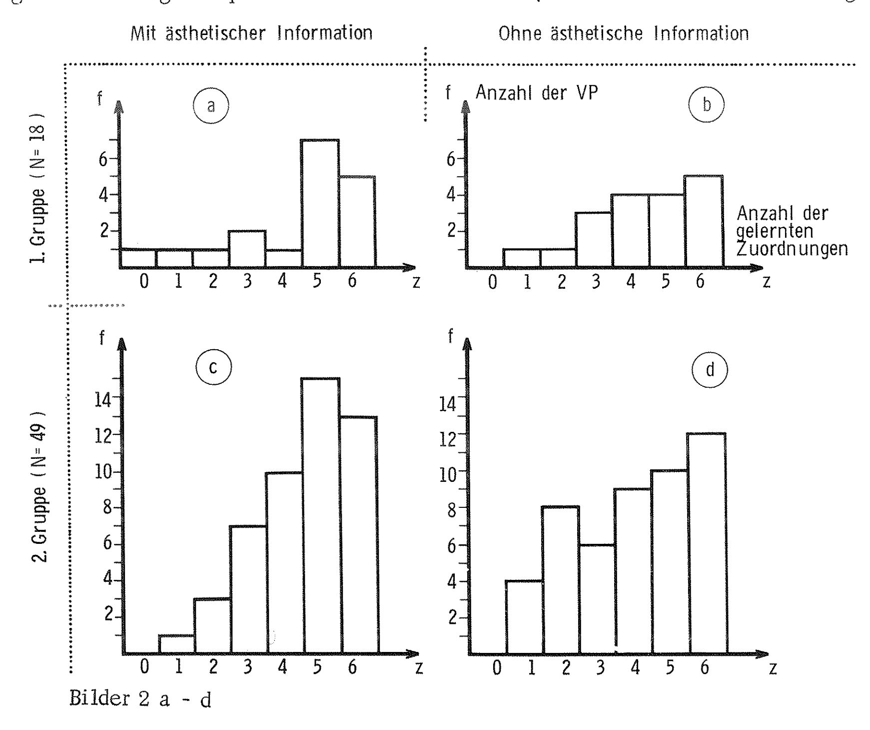
Unter allgemeinpsychologischen Gesichtspunkten könnte man erwarten, daß der ästhetische Hintergrund Gefallen erregt und durch diese positive Emotion die Lernmotivation fördert. Andererseits trifft dies nur dann zu, wenn der Hintergrund nicht so auffällig ist, daß er die Aufmerksamkeit von der Lernaufgabe selbst ablenkt. Wir müßten u. U. also auch eine Störung durch den Hintergrund erwarten. Aufgrund der informationspsychologischen Überlegungen ist also eine genauere Voraussage zu treffen. Allerdings sind unsere Berechnungen des Informationsflusses nicht so differenziert, wie es erforderlich wäre, um den genauen Umschlagpunkt von einer Förderung zu einer Beeinträchtigung der Lernleistung anzugeben. An diesem Punkt müßten weitere Überlegungen ansetzen. Wir können jedoch berechtigterweise annehmen, daß wir bei dem Lehrprogramm mit ästhetischer Information einen günstigeren Informationsfluß bewirken als bei dem Lehrprogramm ohne diese Zugabe.

2.7 Versuchspersonen - Gruppen

In der ersten Versuchspersonen-Gruppe waren insgesamt 18 Versuchspersonen (Oberschülerinnen, durchschnittliches Alter: 16 Jahre). Sie erhielten die Silbenliste II (kup-lof) mit ästhetischem Hintergrund, Silbenliste I ohne. 10 von ihnen begannen mit der Situation A, die restlichen 8 mit Situation B. Die zweite Versuchspersonengruppe (N = 49, Oberschüler, durchschnittliches Alter: 16 Jahre) erhielt Silbenliste I (rav-nug) mit ästhetischem Hintergrund. Die Reihenfolge der beiden Listen wurde wiederum rotiert.

3.0 Ergebnisse und Interpretation

Bilder 2 a - d zeigen die Daten des Lernerfolgstests; aus den Histogrammen ist zu entnehmen, mit welcher Häufigkeit die verschiedenen Anzahlen von richtigen Zuordnungen reproduziert werden konnten. (Die Daten, die beim Lernweg



Bilder 2 a - d

'Die Histogramme stellen die Häufigkeiten der Anzahl der korrekt reproduzierten Zuordnungen dar

selbstentstanden, ließen sich nur schwer auswerten). Es wurde zunächst getrennt für die beiden Gruppen ausgewertet. Ein Vergleich mit dem Wilcoxon-Test für die 1. Gruppe (N = 18) zwischen der Situation A (mit ästhetischer Information) und Situation B (ohne ästhetische Information) erbringt nicht signifikante Unterschiede ($T = 58$, $N_D = 14$). Das mag vielleicht auf die zu geringe Stichprobengröße zurückzuführen sein. Die Tendenz der Differenzen weist jedoch auf die Überlegenheit der Lernleistung bei Situation A (Zufügung ästhetischer Information) hin. Der Vergleich des 2. Lerndurchgangs mit dem 1. Lerndurchgang (unabhängig von der Bedingung ästhetischer Information) bringt keinerlei Hinweis auf einen systematischen Übungseffekt.

Bei der zweiten Versuchspersonen-Gruppe (N = 49; s. Histogramme) ergab sich beim Vergleich mit dem Wilcoxon-Test zwischen der Liste mit und der Liste ohne ästhetischer Information ein signifikanter Unterschied zugunsten der Zufügung ästhetischer Information ($N_D = 31$, $T = 109$; $z = -2,724$, $p = 0,0033$ one-tailed, $p = 0,0066$ two-tailed).

Innerhalb der beiden Teilgruppen (unterschiedliche Reihenfolge) wurde der Unterschied für die Teilgruppe A (Reihenfolge: Liste I, II) signifikant ($T = 16,5$, $N_D = 15$; $\alpha = 0,01$ one-tailed, $\alpha = 0,02$ two tailed); bei Gruppe B (Reihenfolge II, I) zeigte sich die gleiche Tendenz, der T-Wert erreicht jedoch nicht die Signifikanzgrenze ($N_D = 16$, $T = 40,5$).

Vergleicht man für die zweite Gruppe den ersten Lerndurchgang mit dem zweiten - ohne Rücksicht darauf, ob mit oder ohne ästhetische Information -, so zeichnet sich hierbei keinerlei Tendenz ab (Anzahl der negativen Vorzeichen 16, Anzahl der positiven Vorzeichen 15, auch hier wieder kein systematischer Übungseffekt).

Der Vergleich zwischen der Silbenliste mit und der Silbenliste ohne ästhetischem Hintergrund (gleichgültig ob Liste I oder Liste II) über die gesamte Gruppe (N = 67) weist wiederum die Überlegenheit der Lernleistung bei zugefügter ästhetischer Information auf ($N_D = 45$, $T = 307,5$, $z = 2,3700$, $p = 0,0032$ one-tailed, $p = 0,0064$ two-tailed). Dieser Vergleich ist jedoch streng genommen aufgrund der zahlenmäßigen Unterlegenheit der Gruppe 1 nicht zulässig. Unsere Hypothese, daß die bei einem ALZUDI-Programm erforderliche Leistung gefördert werden kann durch hinzugegebene ästhetische Information, die entsprechend der abnehmenden semantischen Information pro Lehrschritt im Redundanzgrad abnimmt, also informationshaltiger wird, konnte nur bei der einen Gruppe - der zahlen-

mäßig größeren - statistisch gesichert werden. Ausgehend von der beobachteten Tendenz bei der anderen Gruppe ist jedoch zu erwarten, daß auch bei diesem Vergleich der gleiche Effekt an einer größeren Vpn-Gruppe statistisch gesichert werden kann.

Allerdings ist durch das positive Ergebnis bei Zufügung ästhetischer Information noch nicht bewiesen, daß die systematische Variation der ästhetischen Information dabei den Ausschlag gab. Die Ergebnisse aus dem Vergleich zufallsmäßig beigegebener und systematisch zugeordneter ästhetischer Information stehen noch aus.

Infolgedessen können wir das Ergebnis nicht als Effekt des nach Tabelle 2 optimierten Informationsflusses innerhalb des Lehrprogramms betrachten, wir können nur allgemein vermuten, daß die ästhetische Information zu einer positiven Motivierung beigetragen und somit das Lernen begünstigt hat. Wieweit dieses Ergebnis generalisierbar ist, muß in weiteren Untersuchungen geprüft werden, wobei insbesondere die ästhetische Information auch in die (z.B. stilistische) Variation des Lehrprogrammtextes selbst (statt nur des Hintergrundes) gelegt werden soll.

4.0 Zusammenfassung

Mit einem einfachen ALZUDI-Programm, mit dem Zuordnungen von sinnfreien Silben gelernt werden sollten, wurde der Einfluß von zusätzlich zu dem Lehrprogramm - in Form eines Hintergrunds aus Zufallsfolgen von geometrischen Zeichen - dargebotener ästhetischer Information auf den Lernerfolg untersucht. Es zeigte sich, daß dabei die ästhetische Information einen positiven Effekt auf den Lernerfolg ausübt.

Schrifttumsverzeichnis

Frank, H. — Kybernetische Analysen subjektiver Sachverhalte, Quickborn, 1964

Frank, H. — Informationsäshetik - Grundlagenprobleme und erste Anwendung auf die mime pure, Quickborn, 1968

Frank, H. — Kybernetische Grundlagen der Pädagogik, Baden-Baden, 1969, Bd. I u. II

Frank, H. Graf, K.-D.	ALZUDI - Beispiel einer formalen Didaktik. In: ZeF, 1. Jahrgang 1967, H. 1, München
Frank-Böhringer, B. Frank, H.	Begriff und Funktion der ästhetischen Information in Lehrprogrammen. In: Praxis und Perspektiven des programmierten Unterrichts, Bd. II, Quickborn, 1967, S. 32-36
Schönpflug, W.	"n-Gramm"-Häufigkeiten in der deutschen Sprache II. Ausgewählte Trigramme, Zeitschrift für exp. u. angew. Psych. 1969 a, 16, 345 ff.
Schönpflug, W. Vetter, A.	Relations among characteristics of trigrams, J. verb. Learning and verb. Beh., 1969 b, 8, 157-158
Siegel, S.	Non parametric Statistics, New York, London, 1956

Eingegangen am 20. September 1970

Anschrift der Verfasser:
Dr. K.-D. Graf und Dipl.-Psych. H. Illner
c/o Institut für Kybernetik, 1 Berlin 46, Malteserstr. 74-100

INHALT VON BAND 11 (1970)

Heft 4 (Dezember 1970)

Die kybernetischen Buchveröffentlichungen 1970 folgen in GrKG 12/1, März 1971

Beiheft zu Band 11

Reproduktion von "Eduard Pflüger: Die teleologische Mechanik der lebendigen Nautr" aus Pflügers Arch. Ges. Physiol. 15 von 1877.

Hinweis zum Beiheft von Band 10:
Statt des Nachlasses von Hermann Schmidt erscheint eine Reproduktion von "Das mechanische Relais" von Felix Lincke aus der VDI-Zeitschrift 23 von 1879.

Erratum:
GrKG 11/3 Seite 103 Zeile 15
anstelle von "Glotto" lies "Blotto".

Richtlinien für die Manuskriptabfassung.

Es wird zur Beschleunigung der Publikation gebeten, Beiträge an die Schriftleitung in doppelter Ausfertigung einzureichen. Etwaige Tuschzeichnungen oder Photos brauchen nur einfach eingereicht zu werden.
Artikel von mehr als 12 Druckseiten Umfang können in der Regel nicht angenommen werden. Unverlangte Manuskripte können nur zurückgesandt werden, wenn Rückporto beiliegt. Es wird gebeten bei nicht in deutscher Sprache verfaßten Manuskripten eine deutsche Zusammenfassung anzufügen und wenn möglich, zur Vermeidung von Druckfehlern, das Manuskript in Proportionalschrift mit Randausgleich als fertige Photodruckvorlage einzusenden.
Die verwendete Literatur ist, nach Autorennamen alphabetisch (verschiedene Werke desselben Autors chronologisch) geordnet, in einem Schrifttumsverzeichnis am Schluß des Beitrags zusammenzustellen. Die Vornamen der Autoren sind mindestens abgekürzt zu nennen. Bei selbständigen Veröffentlichungen sind Titel, Erscheinungsort und -jahr, womöglich auch Verlag, anzugeben. Zeitschriftenbeiträge werden vermerkt durch Name der Zeitschrift, Band, Seite (z. B. S. 317–324) und Jahr, in dieser Reihenfolge. (Titel der Arbeit kann angeführt werden). Im selben Jahr erschienene Arbeiten desselben Autors werden durch den Zusatz „a", „b" etc. ausgezeichnet. Im Text soll grundsätzlich durch Nennung des Autorennamens und des Erscheinungsjahrs des zitierten Werkes (evtl. mit dem Zusatz „a" etc.), in der Regel aber nicht durch Anführung des ganzen Buchtitels zitiert werden. Wo es sinnvoll ist, sollte bei selbständigen Veröffentlichungen und längeren Zeitschriftenartikeln auch Seitenzahl oder Paragraph genannt werden. Anmerkungen sind zu vermeiden.

Forme des manuscrits.

Pour accélérer la publication les auteurs sont priés, de bien vouloir envoyer les manuscrits en deux exemplaires. Des figures (à l'encre de chine) et des photos, un exemplaire suffit.
En général les manuscrits qui fourniraient plus de 12 pages imprimées ne peuvent être acceptés. Les manuscrits non demandés ne deuvent être rendus que si les frais de retour sont joints. Si les manuscrits ne sont pas écrits en allemand, les auteurs sont priés de bien vouloir ajouter un résumé en allemand et, si possible, pour éviter des fautes d'impression, de fournir le manuscript comme original de l'impression phototechnique, c'est-à-dire tapé avec une machine aux caractères standard et avec marges étroites.
La littérature utilisée doit être citée à la fin de l'article par ordre alphabétique; plusieurs oeuvres du même auteur peuvent être enumérées par ordre chronologique. Le prénom de chaque auteur doît être ajouté, au moins en abrégé. Indiquez le titre, le lieu et l'année de publication, et, si possible, l'éditeur des livres, ou, en cas d'articles de revue, le nom de la révue, le tome, les pages (p.ex. p. 317–324) et l'année, suivant cet ordre; le titre des travaux parus dans de revues peut être mentionné. Les travaux d'un auteur parus la même année sont distingués par «a», «b» etc. Dans le texte on cite le nom de l'auteur, suivi de l'année de l'édition (éventuellement complèté par «a» etc.), mais non pas, en général, le titre de l'ouvrage; si c'est utile on peut ajouter la page ou le paragraphe. Evitez les remarques en bas de pages.

Form of Manuscript.

To speed up publication please send two copies of your paper. From photographs and figures (in indian ink) only one copy is required.
Papers which would cover more than 12 printed pages can normally not be accepted. Manuscripts which have not been asked for by the editor, are only returned if postage is enclosed.
If manuscripts are not written in German, a German summary is requested. If possible these manuscripts should be written as original for phototechnical printing, i. e. typed with proportional types and with straight-line margin.
Papers cited should appear in the Bibliography at the end of the paper in alphabetical order by author, several papers of the same author in chronological order. Give at least the initials of the authors. For books give also the title, the place and year of publication, and, if possible, the publishers. For papers published in periodicals give at least the title of the periodical in the standard international abbreviation, the volume, the pages (e.g. p. 317–324) and the year of publication. (It is useful to add the title of the publication.) When more than one paper of the same author and the same year of publication is cited, the papers are distinguished by a small letter following the year, such as "a", "b" etc. References should be cited in the text by the author's name and the year of publication (if necessary followed by "a" etc.), but generally not with the full title of the paper. It might be useful to mark also the page or paragraphe referred to.